

Diploma Thesis

# Analysis of methods for determining the damping ratio in the time and frequency domain

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of  
Diplom-Ingenieur  
of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

---

Diplomarbeit

## Analyse von Methoden zur Ermittlung der Lehr'schen Dämpfung im Zeit- und Frequenzbereich

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs  
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

**Ezzat Mohamed, BSc**

Matr.Nr.: 01028398

unter der Anleitung von

Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Josef Fink**

Institut für Tragkonstruktionen  
Forschungsbereich Stahlbau  
Technische Universität Wien  
Karlsplatz 13/212, 1040 Wien, Österreich

Wien, im November 2019

---

# Kurzfassung

Um die Schwingungsantwort eines schwingfähigen Systems nach einer Anregung beurteilen zu können, ist eine ausreichend genaue Ermittlung der Dämpfung unerlässlich.

Für eine vereinfachte Berücksichtigung sämtlicher Dämpfungseffekte eines Bauwerks wird üblicherweise das Lehr'sche Dämpfungsmaß verwendet. Dieses kann jedoch nur anhand dynamischer Messungen an Bestandsbauten ermittelt werden. Die vorliegende Arbeit widmet sich verschiedener Methoden zur Ermittlung der Lehr'schen Dämpfung aus Messergebnissen.

Baudynamische Auswertungen zur Ermittlung des Lehr'schen Dämpfungsmaßes basieren auf bekannten Näherungsformeln (logarithmisches Dekrement,  $1/\sqrt{2}$ -Methode). In dieser Arbeit werden ergänzend zu diesen Näherungsmethoden zahlreiche weitere Methoden im Detail erarbeitet und hinsichtlich ihrer Genauigkeit analysiert. Dazu wurden vom Betreuer der Arbeit diesbezügliche Ideen und Konzepte ausgearbeitet, die in dieser Arbeit umgesetzt, untersucht und mit den bekannten Methoden verglichen werden. Die im Zuge dieser Arbeit im Detail ausgearbeiteten Methoden werden anhand von Messdaten (vom Büro Revotec ZT GmbH zur Verfügung gestellt) angewendet und diskutiert. Die Inhalte dieser Arbeit wurden in Abstimmung mit dem Betreuer der Arbeit so gestaltet, dass diese von Ingenieuren, die sich mit baudynamischen Auswertungen befassen, als Nachschlagewerk dienen kann.

Als Grundlage sämtlicher Dämpfungsermittlungsmethoden dient die Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers. Damit werden Methoden im Zeit- und Frequenzbereich hergeleitet und anschließend auf den Messergebnissen der Mödlingbachbrücke angewendet. In den Untersuchungen der Dämpfungsermittlungsmethoden im Zeitbereich zeigte sich, dass eine Erhöhung der Amplitudenanzahl mit einer Verringerung der Streuung einhergeht. Im Frequenzbereich haben nur die *Bandbreitenmethode* und die *Methode der Annäherung an den Amplitudenfrequenzgang* mit den vorhandenen Messdaten zu Dämpfungswerten mit geringer Streubreite geführt.

Des Weiteren zeigt sich in dieser Arbeit, anhand der stichprobenartige Ermittlung von Dämpfungswerten an der Mödlingbachbrücke, dass die mittleren Dämpfungswerte deutlich über dem empfohlenen Wert des Eurocodes liegen.

# Abstract

In order to assess the vibration response of a vibrating system after excitation, it is essential to determine the damping with enough accuracy.

For a simplified consideration of all damping effects of a structure the damping ratio is usually used. However, it can only be determined with dynamic measurements on existing buildings. The present work is devoted to various methods for the determination of damping ratio from measurement results.

Structural dynamic evaluations for determining damping ratio are based on known approximation formulas (logarithmic decrement,  $1/\sqrt{2}$ -method). In this thesis, in addition to these approximation methods, numerous other methods are developed in detail and analyzed regarding their accuracy. For this purpose, the supervisor of the work has worked out ideas and concepts which are implemented, investigated and compared with the known methods.

The methods worked out in this thesis are applied and discussed based on measurement data (provided by office Revotec ZT GmbH). The contents of this work were designed in coordination with the supervisor of the work in such a way that it can serve as a reference book for engineers dealing with building dynamics evaluations.

The equation of motion of a single degree of freedom system serves as the basis for all damping determination methods. Methods in the time and frequency domain are derived and then applied to the measurement results of the Mödlingbach bridge.

The researches of the damping determination methods in the time domain showed that an increase in the number of amplitudes is accompanied by a reduction of the scattering. In the frequency domain, only the *bandwidth method* and the *method of approaching to the steady-state amplitude* response with the available measurement data have led to damping values with small deviation.

Furthermore, this work shows that based on a sample basis determination of damping values at the Mödlingbach bridge, the mean damping values are clearly above the recommended value of the Eurocode.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>13</b>
1.1	Aufbau . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Einmassenschwinger</b>	<b>15</b>
2.1	Bewegungsgleichung . . . . .	15
2.2	Homogene Bewegungsgleichung . . . . .	16
2.2.1	Lehr'sches Dämpfungsmaß $\zeta$ . . . . .	17
2.2.2	Homogene Lösung - harmonisch gedämpfte Schwingung . . . . .	18
2.3	Inhomogene Bewegungsgleichung . . . . .	23
2.3.1	Inhomogene Bewegungsgleichung - Unwuchtanregung . . . . .	24
2.4	Harmonisch erzwungene Schwingung . . . . .	25
2.5	Stationäre Schwingung . . . . .	26
2.5.1	Vergrößerungsfaktor $R_d$ , $R_v$ und $R_a$ . . . . .	30
2.5.2	Amplitudenfrequenzgang bei Unwucht-Erregern . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Methoden zur Ermittlung des Lehr'schen Dämpfungsmaßes</b>	<b>41</b>
3.1	Ausschwingversuch (Methode im Zeitbereich) . . . . .	41
3.2	Amplitudenfrequenzgang (Methode im Frequenzbereich) . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Methoden im Zeitbereich</b>	<b>42</b>
4.1	Dämpfungsermittlung durch das logarithmische Dämpfungsdekrement . . . . .	43
4.1.1	Methoden der Dämpfungsermittlung durch das logarithmische Dämpfungsdekrement . . . . .	46
4.2	Dämpfungsermittlung durch Annähern einer umhüllenden Exponentialfunktion	51
4.2.1	Freihändige Anpassung der umhüllenden Funktion . . . . .	52
4.2.2	Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	55
4.3	Dämpfungsermittlung durch spezielle Annäherungsfunktionen . . . . .	67
4.3.1	Annäherung an den Ausschwingvorgang . . . . .	67
4.3.2	Annäherung an die Ausschwingfläche . . . . .	74

<b>5</b>	<b>Methoden im Frequenzbereich</b>	<b>88</b>
5.1	Dämpfungsermittlung durch Annäherung des Amplitudenfrequenzgangs . . . . .	89
5.1.1	Praktische Vorgangsweise . . . . .	93
5.2	Dämpfungsermittlung durch zwei Amplitudenpunkte . . . . .	97
5.2.1	Frequenzunabhängige Erregerkraftamplitude für Beschleunigungen . . . . .	97
5.2.2	Frequenzunabhängige Erregerkraftamplitude für Auslenkungen . . . . .	103
5.2.3	Frequenzabhängige Erregerkraftamplitude für Beschleunigungen . . . . .	106
5.2.4	Frequenzabhängige Erregerkraftamplitude für Auslenkungen . . . . .	112
5.2.5	Praktische Vorgangsweise . . . . .	112
5.3	Dämpfungsermittlung durch Frequenzabstände (Bandbreitenmethode) . . . . .	114
5.3.1	Frequenzunabhängige Erregerkraftamplitude für Beschleunigungen . . . . .	114
5.3.2	Frequenzunabhängige Erregerkraftamplitude für Auslenkungen . . . . .	133
5.3.3	Frequenzabhängige Erregerkraftamplitude für Beschleunigungen . . . . .	144
5.3.4	Frequenzabhängige Erregerkraftamplitude für Auslenkungen . . . . .	158
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung der verwendeten Methoden</b>	<b>159</b>
<b>7</b>	<b>Allgemeine Hinweise zur Auswertung im Frequenzbereich</b>	<b>161</b>
7.1	Maximalfrequenz . . . . .	161
7.2	Frequenzgenauigkeit bei der FFT . . . . .	162
<b>8</b>	<b>Mödlingbachbrücke Gleis 2</b>	<b>163</b>
8.1	Brückenparameter . . . . .	163
8.1.1	Messtag . . . . .	165
8.2	Anregungsmethoden . . . . .	165
8.3	Anregung durch Zugüberfahrt – Zeitbereich . . . . .	166
8.3.1	Gedämpfte Eigenkreisfrequenz . . . . .	168
8.3.2	Logarithmisches Dämpfungsdekrement - Methode A und B . . . . .	169
8.3.3	Annäherung einer umhüllenden Exponentialfunktion . . . . .	175
8.3.4	Exakte Annäherung an den Ausschwingvorgang . . . . .	185
8.3.5	Annäherung an die Ausschwingfläche . . . . .	189
8.3.6	Zusammenfassung der Ergebnisse des Ausschwingverhalten bei Anregung durch eine Zugüberfahrt . . . . .	202
8.4	Anregung durch „Long Stroke Shakern“ – Zeitbereich . . . . .	204
8.4.1	Gedämpfte Eigenkreisfrequenz . . . . .	205
8.4.2	Logarithmisches Dämpfungsdekrement - Methode A und B . . . . .	206
8.4.3	Annäherung einer umhüllenden Exponentialfunktion . . . . .	212
8.4.4	Exakte Annäherung an den Ausschwingvorgang . . . . .	222

8.4.5	Annäherung an die Ausschwingfläche . . . . .	227
8.4.6	Zusammenfassung der Ergebnisse des Ausschwingverhalten bei Anregung durch „Long Stroke Shakern“ . . . . .	240
8.5	Anregung durch „Long Stroke Shakern“ – Frequenzbereich . . . . .	242
8.5.1	Annäherung an den Amplitudenfrequenzgang . . . . .	244
8.5.2	Dämpfungsermittlung durch zwei Amplitudenpunkte . . . . .	247
8.5.3	Dämpfungsermittlung durch Frequenzabstände . . . . .	249
8.5.4	Zusammenfassung der Ergebnisse des Frequenzsweeps der „Long Stroke Shakern“ . . . . .	251
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Schlussfolgerungen</b>	<b>253</b>
	<b>Anhang A</b>	<b>269</b>